УДК 629.5.015.5

ВИБРАЦИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ МАЧТЫ

Гусев В.Н., Селиванов С.Е.
Херсонская государственная морская академия

В работе рассматривается теоретическая задача – вынужденные поперечные колебание мачты (стержня), которая совершает малые гармонические колебания (вибрации) с какой-то амплитудой в направлении, перпендикулярном его оси, при этом возникает стационарное звуковое поле. Обычно подтермином стержень в акустике называют материальную массу удлиненной цилиндрической формы.Если стержень совершает вынужденные колебания, т.е. работает на изгиб, то искомой функцией является ордината $y(x,t)$ деформированной оси стержня с абсциссой x и в момент времени t. Для решения задачи считаем, что один конец стержня закреплен, тогда краевыми условиями будут являться неподвижность стержня и вертикальность касательной. Предварительно находим собственные значения и функции уравнения свободных колебаний стержня для двух переменных x и t. Физическая задача о колебаниях стержня сводится к математической задаче: найти решение уравнения, которое удовлетворяло бы начальным условиям и граничным условиям. Проведя ряд математических действий, в итоге получили формулу амплитуды вынужденных поперечных колебаний мачты (в виде кругового цилиндра) под действием гармонической силы частоты ω. В заключении в среде Mathcad 15 вычислялись зависимости от времени отклонений $y(x,t)$ для трех различных сечений стальной мачты и при трех различных частотах.

Ключевые слова: *теоретическая задача, вибрация, мачта, звуковое поле, изгиб, стержень, свободные колебания, амплитуда.*

Введение. Мачты на судне подверженны вибрацией, т.е. упругим механическим колебаниям под воздействием сил.

Вибрация, вызываемая такими силами, называется вынужденной и продолжается до тех пор, пока действует сила. Вибрация, вызванная внезапно приложенной и быстро исчезнувшей силой и продолжающаяся некоторое время после прекращения действия силы, называется свободной.

Если мачта совершает гармонические колебания (вибрации) например, с амплитудой в направлении перпендикулярном его оси, то при этом в части пространства распространяются звуковые волны. Часть пространства, в котором распространяются звуковые волны, называют звуковым полем.

Распространяющееся звуковое поле от вибрации мачты оказывает влияние на общий шум на судне и соответственно на экипаж.

Актуальность. В Конвенции о труде в морском судоходстве указано, что на постоянной основе должны проводиться исследования по проблеме вибрации на борту судов, с целью улучшения защиты моряков от неблагоприятных последствий воздействия вибрации, и приниматься меры для уменьшения вибрации на борту судов [1], тоже подчеркнуто в Кодексе безопасной практики работы для моряков торговых судов: глава 34. Шум, вибрация и другие физические тела [2].

Так как обеспечение безопасности человека на море было и остается важнейшей проблемой судоходства, то дальнейшее изучение вибрации и усовершенствование способов ее устранения, являются актуальной задачей.

Целью работы является рассмотрение теоретической задачи – колебания стержня (мачты), которая совершает малые гармонические колебания (вибрации) в направлении, перпендикулярном его оси, получение формулы для вычисления амплитуды вынужденных поперечных колебаний стержня (мачты), что позволит оценить вибрацию на различных сечениях стержня (мачты) по длине под действием гармонической силы частоты ω.

Основная часть. Для постановки теоретической задачи рассмотрим колебания стержня моделирующего корабельную мачту.

Обычно под термином стержень в акустике называют материальную массу удлиненной цилиндрической формы [3]. Если стержень (мачта) совершает вынужденные колебания, т.е. работает на изгиб, то искомой функцией является ордината $y(x,t)$ деформированной оси стержня с абсциссой x и в момент времени t.

Механическими константами стержня совершающего поперечные колебания являются плотность материала ρ и модуль Юнга (модуль упругости материала) E.

Если изгибающий момент стержня обозначим через M, а $F(x,t)$ – нагрузку, отнесенную к единице длины, то из технической теории изгиба [4, 5]:

$$EI\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = M\,;\ \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = F\,, \tag{1}$$

где I – момент инерции сечения (поперечного) стержня относительно его оси.

Дифференцируя первое из уравнений (1) два раза по x, получим, ссылаясь на Смирнова [6]:

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = F(x,t)\,.$$

Следуя [6], можно получить уравнение движения, используя один из основных принципов динамики – принцип Даламбера, т.е. в состав внешней силы действующей на точки механической системы включаем еще силу инерции в сечении x, рассчитав и ее на единицу длины.

В результате получим уравнение 4-го порядка:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + b^2\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = f(x,t)\,, \tag{2}$$

где $b^2 = \dfrac{EI}{\rho S}$; $f(x,t) = \dfrac{1}{\rho S}F(x,t)$ – внешняя сила; S – площадь поперечного сечения стержня.

Схематически представим на рис. 1 стержень длиной l, один конец которого закреплен.

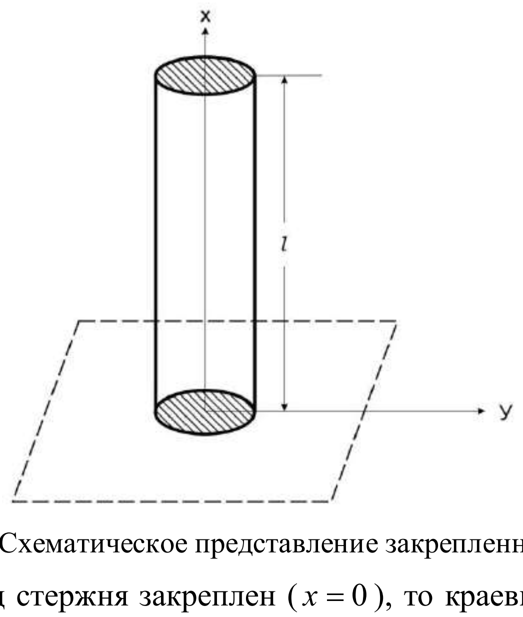


Рисунок 1 – Схематическое представление закрепленного стержня

Так как один конец стержня закреплен ($x = 0$), то краевыми условиями при $x = 0$ являются неподвижность стержня и вертикальность касательной:

$$y\big|_{x=0} = \left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x=0} = 0. \qquad (3)$$

На свободном конце $x = l$ краевое условие имеет вид:

$$\left.\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right|_{x=l} = \left.\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}\right|_{x=l} = 0, \qquad (4)$$

так как, изгибающий момент и тангенциальная сила равны нулю.

Поскольку речь идет о вынужденных колебаниях, то (первоначально скорость стержня равна 0 и начальное положение стержня равно 0):

$$y\big|_{t=0} = \left.\frac{\partial y}{\partial t}\right|_{t=0} = 0,$$

т.е. начальные возмущения отсутствуют.

Предварительно найдем собственные значения и функции уравнения свободных колебаний стержня для двух переменных x и t.

В случае свободных колебаний стержня, положим в уравнении (2) $f(x,t) = 0$, что дает:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + b^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0. \qquad (5)$$

Физическая задача о колебаниях стержня свелась к математической задаче: найти решение уравнения (5), которое удовлетворяло бы начальным условиям (2) и граничным условиям (3).

Согласно методу Фурье, частные решения уравнения (5) будем искать в виде произведения двух функций, каждая из которых зависит от одной переменной [7]:

$$y = T(t)\, X(x).$$

Если подставить выражение $y = T(t)\, X(x)$ в уравнение (5), то для $T(t)$ находим уравнение:

$$T''(t)\, X(x) + b^2 T(t)\, X^{(4)}(x) = 0$$

или

$$T''(t) \cdot X(x) = -\, b^2 X^{(4)}(x)\; T(t) = 0.$$

Разделим в этом уравнении переменные

$$\frac{T''(t)}{b^2 T(t)} = -\frac{X^{(4)}(x)}{X(x)} = -k^4,$$

где k^4 – постоянная, причем считаем k вещественным.

Это дает нам для $T(t)$:

$$T''(t) + b^2 k^4 T(t) = 0,$$

а для функции $X(x)$ получаем уравнение четвертого порядка:

$$X^{(4)}(x) - k^4 X(x) = 0.$$

Общее решение уравнения $T''(t)+b^2k^4T(t)=0$ представляет собой уравнение гармонических колебаний:

$$T(t)=N\sin(bk^2t+\varphi).$$

Гармонические колебания описываются величиной, изменяющейся по закону косинуса или синуса вида: $T(t)=A\sin(\omega\, t+\varphi)$ – синусоида, где A – амплитуда, φ – начальная фаза колебания.

Для дифференциального уравнения $X^{(4)}(x)-k^4X(x)=0$ также можно найти общее решение.

Его характеристическое уравнение [6]

$$\alpha^4-k^4=0,$$

при $k\neq 0$ имеем корни: $\alpha_1=k$, $\alpha_2=-k$, $\alpha_3=ik$, $\alpha_4=-ik$,

где $\alpha_1=k$, $\alpha_2=-k$ – корни действительные; $\alpha_3=ik$, $\alpha_4=-ik$ – корни мнимые.

Каждому корню отвечает свое решение.

Тогда общее решение этого уравнения для $X(x)$ выражается как линейная комбинация частных решений:

$$X(x)=C_1e^{kx}+C_2e^{-kx}+C_3\cos kx+C_4\sin kx$$

или выражая e^{kx} и e^{-kx} через $ch\,kx$ – гиперболический косинус, $sh\,kx$ – гиперболический синус и изменяя значение произвольных постоянных C_1 и C_2, можем записать общее решение в виде:

$$X(x)=C_1ch\ kx+C_2sh\ kx+C_3\cos kx+C_4\sin k.$$

Используя краевые условия при $x=0$, следует равенство

$$X(0)=C_1+C_3=0. \tag{6}$$

Беря производную от $X(x)$ и полагая $x=0$, получим:

$$X'(0)=k(C_2+C_4)=0. \tag{7}$$

С учетом граничных условий (4) берем вторую производную от $X(x)$ и полагаем $x=l$, то

$$X''(l)=k^2(C_1ch\ kl+C_2sh\ kl-C_3\cos kl-C_4sh\ kl=0. \tag{8}$$

Берем третью производную от $X(x)$ и полагаем $x=l$, получим:

$$X'''(l)=k^3(C_1sh\ kl+C_2ch\ kl+C_3\sin kl-C_4\cos kl)=0. \tag{9}$$

Из равенств (6, 7) следует:

$$C_1=-\,C_3,\ C_2=-\,C_4, \tag{9}$$

подставляя в $X(x)$, получим:

$$X(x)=C_1(ch\ kx-\cos kx)+C_2(sh\ kx-\sin kx).$$

Из равенств (8) и (9) получим систему двух однородных уравнений относительно C_1 и C_2:

$$\begin{cases}C_1(ch\ kl+\cos kl)+C_2(sh\ kl+\sin kl)=0\\ C_1(sh\ kl-\sin kl)+C_2(ch\ kl+\cos kl)=0\end{cases}. \tag{10}$$

Для решения системы выписывается определитель, а для того, чтобы система (10) имела решение необходимо, чтобы ее определитель был равен нулю, поэтому:

$$ch^2\ kl+\cos^2 kl+2ch\ kl\cos kl-sh^2\ kl+\sin^2 kl=0\,, \qquad (11)$$

с учетом:

$$\cos^2\alpha=\frac{1+\cos(2\alpha)}{2},\ \sin^2\alpha=\frac{1-\cos(2\alpha)}{2},$$

получим:

$$\cos^2 kl+\sin^2 kl=1\,.$$

Для гиперболического синуса и косинуса справедливо соотношение:

$$ch^2\ kl-sh^2\ kl=1\,.$$

Пользуясь соотношениями:

$$ch^2\ kl-sh^2\ kl=1,\ \cos^2 kl+\sin^2 kl=1,$$

уравнение (11) перепишем в виде:

$$ch\ kl\cdot\cos kl=-1\,. \qquad (12)$$

Получили уравнение для k.

Обозначая $x=l$:

$$k\ l=\mu$$

получаем трансцендентное уравнение для определения вещественных корней μ:

$$ch\ \mu\cdot\cos\mu=-1\,. \qquad (13)$$

Решение уравнения (13) может быть получено графически и имеет бесчисленное множество вещественных корней.

В результате получим следующие значения положительных корней μ [3]:

$$\mu_1=1{,}875\,,\ \mu_2=4{,}694\,,\ \mu_3=7{,}854\,,$$

а для $n>3$ можно воспользоваться формулой для μ_n

$$\mu_n=\frac{\pi}{2}(2n-1)\,,$$

которая для $n>3$ дает значение μ_n с точностью до 3-х десятичных знаков, а для $n\geq 7$ с точностью до 6 знака.

Положительным корням $\mu_n=k_n l$ соответствует бесчисленное множество значений параметра k:

$$k_1,k_2,\ldots k_n,\ldots;\ k_n=\frac{\mu_n}{l}\ldots,\ k_n=\frac{\mu_n}{l}\,.$$

При этих значениях k условие (12) выполняется, одно из уравнений (10) оказывается следствием другого, и можно положить:

$$C_1=C\ (sh\ \mu_n+\sin\mu_n)\,,\ C_2=-\ C\ (ch\ \mu_n+\cos\mu_n)\,.$$

Определив C_1 и C_2 и не ограничивая общности, положив $C=1$, получим n количеств решений $X_n(x)$, (искомое решение $X(x)$ описано выше):

$$X_n(x)=(sh\ \mu_n+\sin\mu_n)(ch\ k_n x-\cos k_n x)-$$
$$-\ (ch\ \mu_n+\cos\mu_n)(sh\ k_n x-\sin k_n x)=$$
$$\alpha_n(ch\ k_n x-\cos k_n x)+\beta_n(sh\ k_n x-\sin k_n x)\,,$$

где $\alpha_n=(sh\ \mu_n+\sin\mu_n)$, $\beta_n=(ch\ \mu_n+\cos\mu_n)$.

Вернемся к решению начально-краевой задачи для уравнения вынужденных колебаний.

Пусть:

$$F(x,t) = P\sin\omega\, t\,,$$

где $F(x,t)$ – нагрузка, отнесенная к единице длины (выше обозначили), P – амплитуда вынужденной (внешней) силы, ω – частота вынужденных колебаний.

Разложим функцию $f(x,t) = \dfrac{1}{\rho S}F(x,t)$ в ряд аналогичный ряду Фурье по функциям $X_n(x)$ на интервале $(0;\ l)$.

Учитывая ортогональность функций $X_n(x)$ $(n = 1,2,...)$ [6], получим ряд по ортогональным функциям с учетом $n = m$:

$$f(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} f_m(t) X_m(x)\,.$$

Коэффициенты, $f_m(t)$ возможно определить благодаря свойству ортогональности функций и получить:

$$f_m(t) = \frac{\int_0^l f(x,t)\, X_m(x)dx}{\int_0^l X_m^2(x)dx} = \frac{\frac{P}{\rho S}\int_0^l \sin\omega\, t\, X_m(x)dx}{\int_0^l X_m^2(x)dx} = \frac{P}{\rho S}\sin\omega\, t\frac{\int_0^l X_m(x)dx}{\int_0^l X_m^2(x)dx}\,. \tag{14}$$

Будем искать решение уравнения вынужденных колебаний в виде разложения по найденным выше собственным функциям $X_m(x)$:

$$y(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} T_m(t) X_m(x)\,. \tag{15}$$

Подставляя выражение (15) в уравнение (2), воспользовавшись представлением правой части $f_m(t)$ и приравняв члены с одинаковым индексом m в этом уравнении, получим:

$$T_m''(t) X_m(x) + b^2 T_m(t) X_m^{(4)}(x) = f_m(t) X_m(x)\,,$$

$$\left(T_m''(t) - f_m(t)\right) X_m(x) + b^2 T_m(t) X_m^{(4)}(x) = 0\,,$$

$$\frac{T_m''(t) - f_m(t)}{b^2 T_m(t)} = -\frac{X_m^{(4)}(x)}{X_m(x)} = -k_m^4\,.$$

Отсюда получаем уравнения относительно $X_m(x)$ и $T_m(t)$

$$X_m^{(4)} - k_m^4 X_m(x) = 0\,,$$

$$T_m''(t) + k_m^4 b^2 T_m(t) = f_m(t)\,. \tag{16}$$

Здесь $k_m^2 b = \omega_m$ – частота собственных колебаний цилиндра (мачты).

Учитывая однородные начальные условия задачи, получим для $T_m(t)$ задачу Коши:

$$T_m''(t) + \omega_m^2 T_m(t) = f_m(t), \tag{17}$$

т.е. $T_m(0) = T_m'(0) = 0,\ \ (m = 1,2,...)$.

Решение задачи (17) хорошо известно [7]:

$$T_m(t)=\frac{1}{\omega_m}\int_0^t f_m(\tau)\ \sin\omega_m(t-\tau)d\tau\ , \tag{18}$$

где

$$f_m(\tau)=\frac{P}{\rho S}\sin\omega\ \tau\int_0^l\frac{X_m(x)dx}{\int_0^l X_m^2(x)dx}=P_1\sin\omega\ \tau\cdot A_m\,, \tag{19}$$

где $P_1=\dfrac{P}{\rho S}$.

$$A_m=\frac{\frac{1}{k_m}\left[\alpha_m\left(sh\ \mu_m-\ \sin\mu_m\right)+\beta_m\left(ch\ \mu_m+\ \cos_{\mu_m}-2\right)\right]}{\int_0^l X_m^2(x)dx}. \tag{20}$$

Подставляя (19) в (18) получим:

$$\begin{gathered}T_m(t)=P_1\frac{A_m}{\omega_m}\int_0^t\sin\omega\ \tau\ \ \sin\omega_n(t-\tau)d\tau=\\=P_1\frac{A_m}{\omega_m}\cdot\frac{1}{2}\int_0^t\left[\cos\left((\omega+\omega_m)\tau-\omega_m t\right)-\cos\left((\omega-\omega_m)\tau+\omega_m t\right)\right]d\tau=\\=\frac{P_1A_m}{2\omega_m}\left[\frac{\sin\omega t+\sin\omega_m t}{\omega+\omega_m}-\frac{\sin\omega t-\sin\omega_m t}{\omega-\omega_m}\right]=\\=\frac{P_1A_m}{\omega_m}\left[\frac{\omega_m\sin\omega\ t-\omega\sin\omega_m t}{\omega_m^2+\omega^2}\right].\end{gathered} \tag{21}$$

В случае резонанса $(\omega=\omega_{m_o})$:

$$T_{m_o}(t)=-\frac{P_1A_{m_o}}{2\omega_{m_o}}\left[\frac{t\omega_{m_o}\cos\omega_{m_o}t-\sin\omega_{m_o}t}{\omega_{m_o}}\right].$$

Следовательно, при $t\to\infty$ $T_{m_o}(t)\to\infty$, т.е. решение уравнения вынужденных колебаний становится неограниченным.

Если же резонанса нет $(\omega\ne\omega_m,\ \ m=1,2...)$, то:

$$y(x,t)=P_1\sum_{m=1}^{\infty}\frac{A_m}{\omega_m}\left[\frac{\omega_m\sin\omega\ t-\omega\sin\omega_m t}{\omega_m^2-\omega^2}\right]X_m(x)\,. \tag{22}$$

Выше определили:

$$\begin{gathered}X_n(x)=(sh\ \mu_n+\sin\mu_n)(ch\ k_nx-\cos k_nx)-\\-(ch\ \mu_n+\cos\mu_n)(sh\ k_nx-\sin k_nx)=\alpha_n(ch\ k_nx-\cos k_nx)+\beta_n(sh\ k_nx-\sin k_nx)\,,\end{gathered}$$

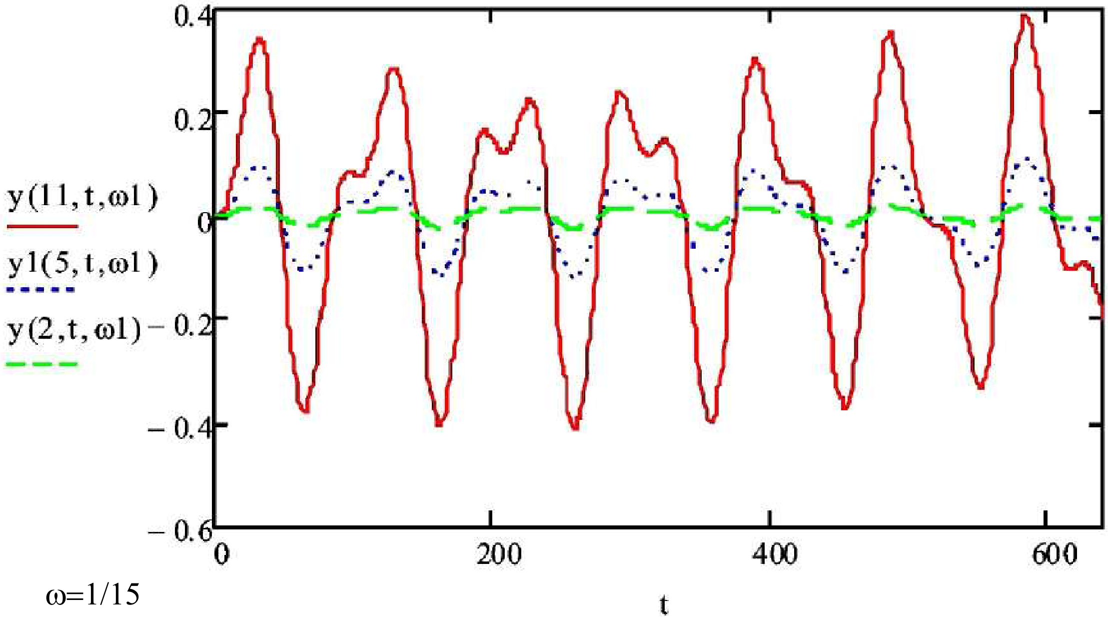
где $\alpha_n=(sh\ \mu_n+\sin\mu_n)$, $\beta_n=(ch\ \mu_n+\cos\mu_n)$.

$$X_m(x) = \alpha_m(chk_m x - \cos k_m x) + \beta_m(shk_m x - \sin k_m x),$$

где $\alpha_m == sh\ \mu_m + \sin \mu_m$, $\beta_m = -(ch\ \mu_m + \cos \mu_m)$, $\omega_m = k_m^2 b$, A_m – вычисляется по формуле (20).

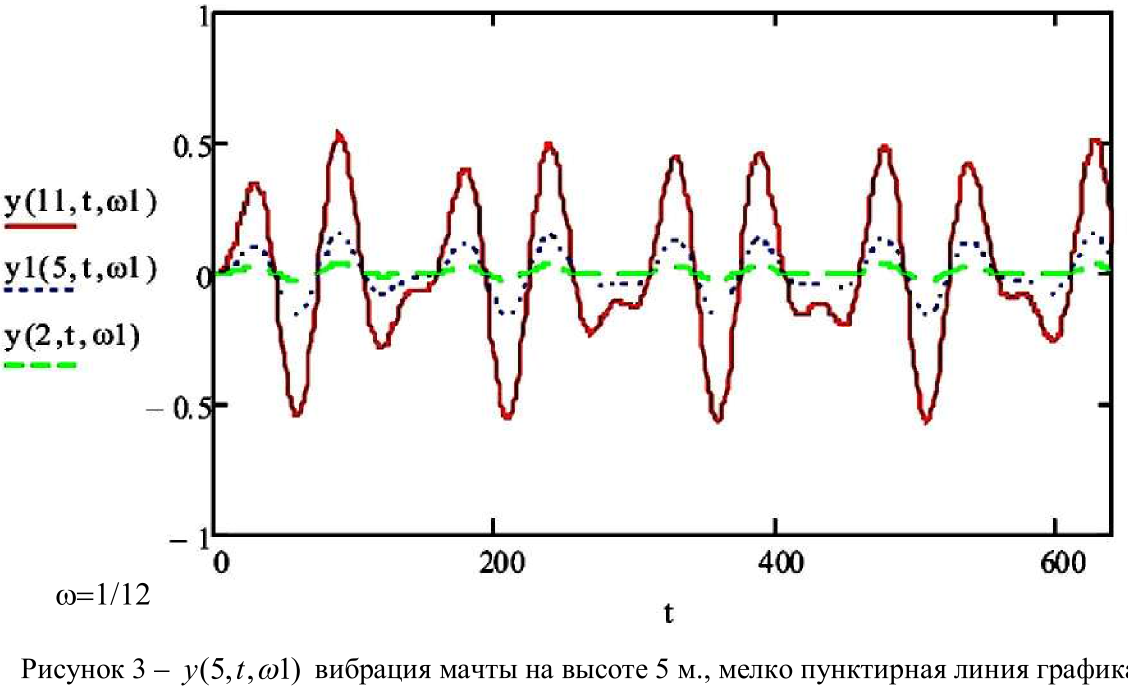
Таким образом, формула (22) дает амплитуду вынужденных поперечных колебаний мачты (в виде кругового цилиндра) под действием гармонической силы частоты ω.

В заключении работы в среде Mathcad 15 [8] найдены зависимости от времени отклонений $y(x,t)$ для трех сечений стальной мачты: $x = 2$ м, $x = 5$ м, $x = 11$ м и трех частот внешнего воздействия: ω=1/9, ω=1/12, ω=1/15.



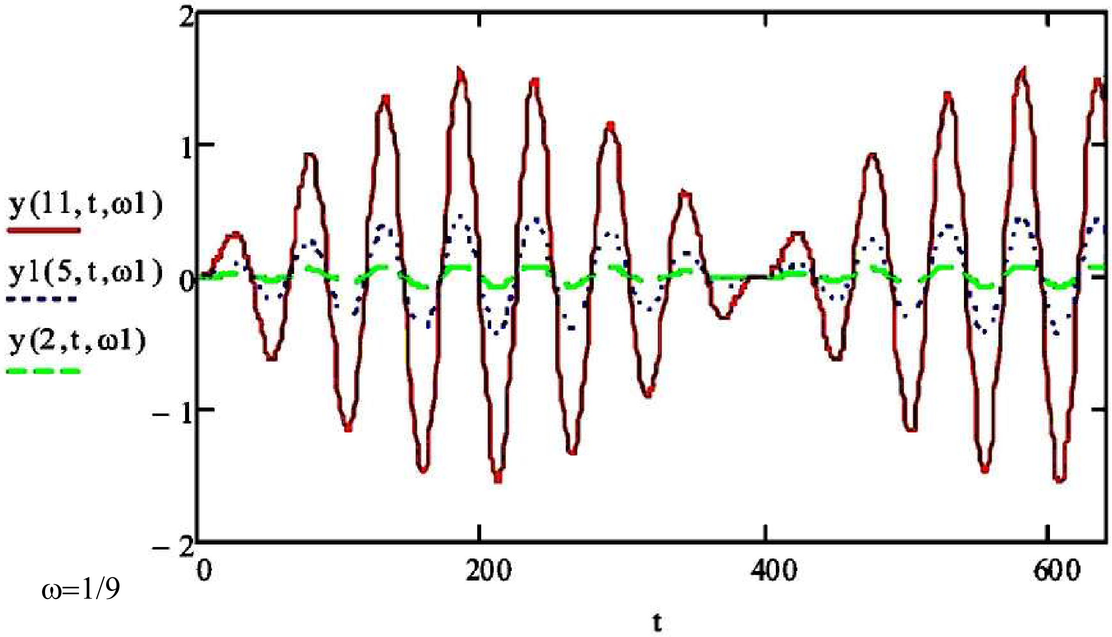
ω=1/15

Рисунок 2 – $y(11,t,\omega 1)$ вибрация мачты на высоте 11 м., сплошная линия графика



ω=1/12

Рисунок 3 – $y(5,t,\omega 1)$ вибрация мачты на высоте 5 м., мелко пунктирная линия графика



ω=1/9

Рисунок 4 – $y(2,t,\omega 1)$ вибрация мачты на высоте 2 м, крупно пунктирная линия графика

Полученные зависимости носят квазипериодический характер.

Из рисунков видно, что наибольшие отклонения величины $y(x,t)$ наблюдаются с увеличением роста сечений мачты.

Выводы. В работе впервые получили формула амплитуду вынужденных поперечных колебаний мачты (в виде кругового цилиндра) под действием гармонической силы частоты ω .

В среде Mathcad 15 найдены зависимости от времени отклонений $y(x,t)$ для трех сечений стальной мачты: $x=2$ м, $x=5$ м, $x=11$ м и трех частот внешнего воздействия: ω=1/9, ω=1/12, ω=1/15. К замечанию можно отнести то, что величины $y(x,t)$ выражены в некоторых относительных единицах, а интерес представляет относительные величины колебаний не только для одной стальной мачты, а для разных материалов, из которых может быть изготовлена мачта.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Конвенция о труде в морском судоходстве (КТМС) №186 (англ. : Maritime Labour Convention (MLC)). – Женева, 2006/2013. – 239 с.
2. Кодекс безопасной практики для моряков торговых судов (англ. : Code of Safe Working Practices for Merchant Seamen). Глава 34. Шум, вибрация и другие физические тела (англ. : Noise, vibration and other physical agents). – Лондон, 2010. – 545 с.
3. Стретт Дж. В. (Лорд Рэлей). Теория звука. Т. 1 – М. : Гос. издат. тех. теор. лит., 1955. – 503 с.
4. Корнеев С. А. Техническая теория стержней. Применение обобщённых функций для решения задач сопротивления материалов : учеб. пособие / С. А. Корнеев. – Омск : Изд-во ОмГТУ, 2011. – 83 с.
5. Варданян Г. С. Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности : учебник / Г. С. Варданян, В. И. Андреев, Н. М. Атаров, А. А. Горшков. – М., 1995. – 567 с.
6. Смирнов В. И. Курс высшей математики. Т. 2. / В. И. Смирнов. – М. : Гос. издат. тех. теор. лит., 1956. – 628 с.
7. Кошляков Н. С. Уравнения в частных производных математической физики / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. – М. : Высшая школа, 1970. – 712 с.
8. Волков Е. А. Численные методы : учебное пособие для вузов / Е. А. Волков. – М. : Наука, 1987. – 248 с.

REFERENCES

1. Konvenciya o trude v morskom sudokhodstve (KTMS) №186 (angl. : Maritime Labour Convention (MLC)). – Zheneva, 2006/2013. – 239 s.
2. Kodeks bezopasnoyj praktiki dlya moryakov torgovihkh sudov (angl. : Code of Safe Working Practices for Merchant Seamen). Glava 34. Shum, vibraciya i drugie fizicheskie tela (angl. : Noise, vibration and other physical agents). – London, 2010. – 545 s.
3. Strett Dzh. V. (Lord Rehleyj). Teoriya zvuka. T. 1 – M. : Gos. izdat. tekh. teor. lit., 1955. – 503 s.
4. Korneev S. A. Tekhnicheskaya teoriya sterzhneyj. Primenenie obobthyonnihkh funkciyj dlya resheniya zadach soprotivleniya materialov : ucheb. posobie / S. A. Korneev. – Omsk : Izd?vo OmGTU, 2011. – 83 s.
5. Vardanyan G. S. Soprotivlenie materialov s osnovami teorii uprugosti i plastichnosti : uchebnik / G. S. Vardanyan, V. I. Andreev, N. M. Atarov, A. A. Gorshkov. – M., 1995. – 567 s.
6. Smirnov V. I. Kurs vihssheyj matematiki. T. 2. / V. I. Smirnov. – M. : Gos. izdat. tekh. teor. lit., 1956. – 628 s.
7. Koshlyakov N. S. Uravneniya v chastnihkh proizvodnihkh matematicheskoyj fiziki / N. S. Koshlyakov, Eh. B. Gliner, M. M. Smirnov. – M. : Vihsshaya shkola, 1970. – 712 s.
8. Volkov E. A. Chislennihe metodih : uchebnoe posobie dlya vuzov / E. A. Volkov. – M. : Nauka, 1987. – 248 s.

Гусєв В.М., Селіванов С.Є. ВІБРАЦІЯ ЗМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ ЩОГЛИ
У роботі розглядається теоретичне завдання – змушені поперечні коливання щогли (стрижня), яка робить малі гармонійні коливання (вібрації) з якоюсь амплітудою в напрямку, перпендикулярному його осі, при цьому виникає стаціонарне звукове поле. Звичайно під терміном стрижень в акустику називають матеріальну масу подовженої циліндричної форми. Якщо стрижень робить змушені коливання, тобто працює на вигин, то шуканої функцією є ордината $y(x,t)$ *деформованої осі стрижня з абсцисою* x *й у момент часу* t*. Для розв'язання завдання вважаємо, що один кінець стрижня закріплений, тоді крайовими умовами можуть бути нерухомість стрижня та вертикальність дотичній. Попередньо знаходимо власні значення й функції рівняння вільних коливань стрижня для двох змінних* x *і* t*. Фізичне завдання про коливання стрижня зводиться до математичного завдання: знайти розв'язок рівняння, яке задовольняло б початковим умовам і граничним умовам. Провівши ряд математичних дій, у підсумку одержали формулу амплітуди змушених поперечних коливань щогли (у вигляді кругового циліндра) під дією гармонійної сили частоти* ω*. У висновку в середовищі Mathcad 15 обчислювалися залежності від часу відхилень* $y(x,t)$ *для трьох різних перетинів сталевої щогли та при трьох різних частотах.*
Ключові слова: *теоретичне завдання, вібрація, щогла, звукове поле, вигин, стрижень, вільні коливання, амплітуда.*

Gusev V.N., Selivanov C.E. VIBRATION OF THE COMPELLED FLUCTUATIONS OF THE MAST
In work the theoretical problem – compelled cross – section mast fluctuation is considered (Core) which makes small harmonious fluctuations (vibration) with any amplitude in Direction, perpendicular its axis, thus there is a stationary sound field. Usually under The term a core in acoustics name material weight of the extended cylindrical form. If the core makes the compelled fluctuations, i.e. works on a bend, as required function Ordinate $y(x,t)$ *of the deformed axis of a core with absciss* x *and at the moment of time* t*. For problem decisions we consider, that one end of a core is fixed, then regional conditions will be Immovability of a core and vertical position of a tangent. Preliminary we find the own Values and functions of the equation of free fluctuations of a core for two variables* x *and* t*. Physical The problem about core fluctuations is reduced to a mathematical problem: to find the decision of the equation, which Would satisfy to entry conditions and boundary conditions. Having spent a number of mathematical actions, in Result have received the formula of amplitude of the compelled cross-section fluctuations of a mast (in the form of the circular The cylinder) under the influence of harmonious force of frequency* ω*. In the conclusion in the environment of Mathcad 15 were calculated Dependences on time of deviations* $y(x,t)$ *for three various sections of a steel mast and at three Various frequencies.*
Keywords: *a theoretical problem, vibration, a mast, a sound field, a bend, a core, free Fluctuations, amplitude.*

Статтю прийнято
до редакції 09.06.15