

## КОМПЕНСАЦИЯ СИСТЕМАТИЧЕСКОЙ ОШИБКИ ПРИ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ МЕХАНИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

*Алексенко В.Л., Букетов А.В., Браило Н.В., Белошицкий С.А.*

*Херсонская государственная морская академия*

*Создано специализированное программное обеспечение для обработки методом наименьших квадратов результатов испытания образцов материалов на чистый изгиб. Программа, которая написана на распространённом языке высокого уровня Pascal ABC, предлагается в исходных кодах, снабжена исчерпывающими комментариями и позволяет рядовым пользователям производить её дальнейшие модификации. Алгоритм обеспечивает компенсацию систематической погрешности установки нуля силоизмерителя нагружающего устройства.*

**Ключевые слова:** программное обеспечение, ошибка эксперимента, эпоксидный композит.

**Введение.** Одним из базовых направлений развития материаловедения должны стать разработка и производство конструкционных материалов с заранее заданными свойствами. Эти материалы вытесняют традиционную низколегированную судостроительную сталь и становятся важным элементом предстоящей на водном транспорте технологической революции. Современные разработки должны включать масштабные теоретические и экспериментальные исследования по конструированию и прогнозированию свойств перспективных композитных материалов, среди которых важное место занимают эпоксикомпозиты [1].

**Состояние вопроса.** Теоретическое определение механических свойств новых конструкционных материалов с приемлемой для практики точностью в большинстве случаев вызывает значительные трудности на современном этапе развития материаловедения. В частности до настоящего времени не разработан аппарат прогнозирования физико-механических свойств композитов на основе эпоксидной смолы ЭД-20. В любом случае результаты расчётов подлежат экспериментальной проверке.

Механические константы конструкционных материалов определяют наиболее важные эксплуатационные свойства и включают характеристики прочности и жёсткости. Их обычно находят при обработке результатов испытаний стандартных образцов на растяжение–сжатие или изгиб.

В рассматриваемом случае результаты испытаний могут быть зарегистрированы одним из способов:

– с помощью диаграммного аппарата, которым обычно снабжаются универсальные испытательные машины. Диаграммный аппарат позволяет в определённом масштабе записывать зависимость  $P = f(\Delta l)$  между усилием  $P$  и абсолютной продольной деформацией образцов  $\Delta l$ ;

– при испытании образцов на чистый изгиб, в том числе на машинах без диаграммного аппарата, по показаниям динамометра и механического датчика перемещений в виде таблицы  $P=f(w)$ .

Обе зависимости (графическая и табличная) могут быть приведены к виду

$$\sigma = f(\varepsilon), \quad (1)$$

где  $\sigma$  – нормальные напряжения при растяжении или в крайних продольных волокнах образца при испытаниях на чистый изгиб;  $\varepsilon$  – относительная деформация.

Некоторые материалы, в частности малоуглеродистая конструкционная сталь, обладают выраженным начальным линейным участком, на котором он подчиняется закону Гука при растяжении–сжатии:

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (2)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости (Юнга). В пределах упругости нелинейные начальные участки диаграмм заменяют на практике секущими прямыми и в расчётах используют так называемый секущий модуль  $E_c$ . Модуль Юнга является механической константой характеризующей жёсткость материала, а его определение для новых материалов является одной из первоочередных задач.

**Постановка проблемы.** Поскольку результаты любых измерений содержат систематическую и случайную погрешности, последняя должна быть минимизирована путём многократных измерений, а результаты следует представить достаточно простой аналитической зависимостью. При этом желательно также выявить и компенсировать систематическую погрешность. Одним из наиболее эффективных способом обработки результатов наблюдений является метод наименьших квадратов (МНК) [2].

*Суть МНК.* Пусть задана таблица  $\bar{f}_j(x_j), j=1,2,\dots,m$  с результатами некоторого физического эксперимента. Очевидно, что каждый результат измерений содержит погрешность  $\Delta_j = f_j(x_j) - \bar{f}_j(x_j)$ , величина которой, как и точные значение  $f_j(x_j)$  неизвестны. Ставится задача наилучшего, по-некоторому критерию, приближения функции  $f(x)$  выражением, которое содержит неизвестные параметры  $a_i$ , подлежащие определению, например, полиномом степени  $n < m$ :

$$f(x) = \sum_{i=0}^{i=n} a_i x^i. \quad (3)$$

Способ подбора коэффициентов, обеспечивающий минимальную сумму квадратов отклонений значений полинома (3) или иной аппроксимирующей функции от заданной (таблицей, дифференциальным уравнением и др.), называется методом наименьших квадратов. В рассматриваемом случае для определения коэффициентов  $a_k$  аппроксимирующего полинома (3) способ требует решить нормальную систему уравнений линейных относительно указанных коэффициентов:

$$\sum_{i=0}^n a_i \sum_{j=1}^m x_j^{i+k} = \sum_{j=1}^m \bar{f}_j x_j^k; i, k = 0, 1, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m. \quad (4)$$

В интернете распространяются многочисленные программы, реализующие этот метод. Их общим недостатком является то, что предлагаются они в исполняемых кодах. Последнее не позволяет учитывать особенности конкретных задач обработки результатов наблюдений.

**Цели исследования.** В настоящем исследовании поставлены задачи:

- создание программного продукта в исходных кодах для математико-статистической обработки результатов испытания образцов конструкционных материалов на чистый изгиб;
- программа должна быть написана на распространённом языке программирования высокого уровня и подробно комментироваться с целью облегчения её модификаций рядовыми пользователями под конкретные задачи исследований;
- апробировать программу в задачах, решаемых в НИЛ «Полимерные композитные материалы в судостроении» Херсонской государственной морской академии (далее в тексте «Лаборатория») с получением статистических оценок ошибок наблюдений.

**Основное содержание работы.** Обработка результатов испытания призматических образцов на изгиб по 4-х точечной схеме.

На рис. 1 представлена расчётная схема испытания образца из композита на основе эпоксидной смолы ЭД-20 на машине МИП-100. Приспособление, состоящее из двух траверс с шарнирными опорами, позволяет создавать на среднем участке образца деформацию чистого изгиба.

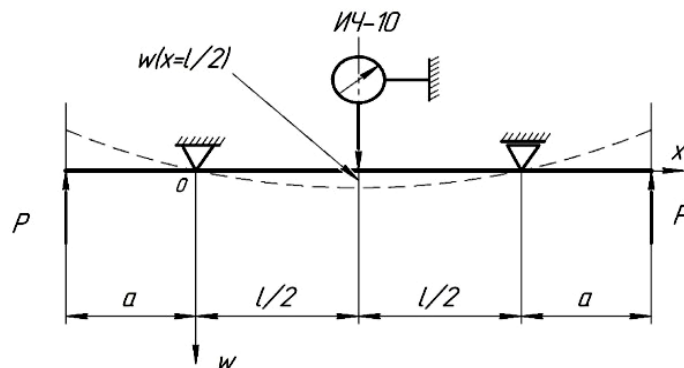


Рис. 1 – Расчётная схема испытаний на чистый изгиб

Прогиб в середине пролёта балки:

$$w(x=l/2) = Pa^2/(8EI). \quad (5)$$

Откуда:

$$E = Pa^2/(8Iw(x=l/2)), \quad (6)$$

или с учётом, что для прямоугольного поперечного сечения  $I = bh^3/12$  получим:

$$E = k P/w, \text{ где } k = 1,5 a(l/h)^2/A. \quad (7)$$

Здесь  $A=bh$ ,  $b$  и  $h$  соответственно ширина сечения образца и его высота в плоскости изгиба.

Погрешность определения модуля продольной упругости  $E$  по формуле (7) складывается из погрешностей определения коэффициента  $k$  и отношения  $P/w$ .

Погрешность  $k$  включает систематическую и случайную составляющие. Случайная составляющая может быть уменьшена увеличением точности изготовления и измерения геометрических параметров образца и нагружающего устройства. Систематическая погрешность связана с принятой физической моделью деформируемого тела (однородный изотропный брус, подчиняющийся гипотезе плоских сечений и закону Гука) и некоторыми другими факторами. Для эпоксикомпозитных материалов существенная часть этой погрешности обусловлена технологической неоднородностью материала, в том числе за счёт оседания частиц наполнителя под действием сил тяжести в процессе отвердевания. Случайная погрешность  $\Delta_{сл}(P/w)$  определения отношения  $P/w$  геометрически суммируется из случайных погрешностей силоизмерителя и датчика перемещений:

$$\Delta_{сл}(P/w) = (P/w)[(\Delta P/P)^2 + (\Delta w/w)^2]^{0.5}. \quad (8)$$

Поскольку относительная погрешность силоизмерителя испытательной машины, как правило, существенно превышает относительную погрешность регистрации прогибов датчиками перемещений МИГ-1 или ИЧ-10, то попытки снижения последней будут малоэффективными.

Следовательно, работу по увеличению точности экспериментов следует сосредоточить на возможно более точном градуировании силоизмерителя и отмеченной выше точностью изготовления и замеров параметров образцов.

**Особенности программной реализации МНК.** Для устранения отмеченных выше проблем, возникающих при использовании общедоступного программного обеспечения, разработана программа МНК123Е на языке Pascal ABC для одновременного представления полиномами 1, 2, и 3 степеней результатов испытания призматических образцов на чистый изгиб. В программе реализуют алгоритм вычисления коэффициентов и свободных членов нормальной системы (4), её решение по правилу Крамера, вычисления полиномов (3), а также дисперсий, стандартного отклонения и касательного модуля Юнга в начале координат. Некоторые результаты исследовательских расчётов представлены на рис. 2, где полиномами второй степени аппроксимируются данные, полученные при испытаниях на изгиб образцов из эпоксикомпозитов.

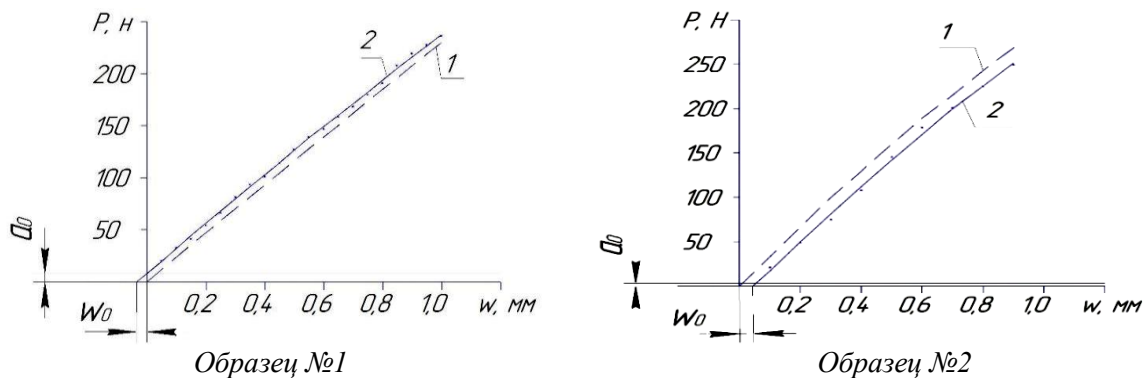


Рис. 2 – Графики аппроксимирующих полиномов:  
1 – в программе МНК123Е (пунктир); 2 – в программе МНК012Е

**Анализ результатов обработки экспериментов.** Обработка результатов, полученных при испытаниях на чистый изгиб серии композитных образцов с матрицей на основе эпоксидной смолы ЭД 20 с помощью программы МНК123Е, показала следующее:

- устойчивость вычислительного алгоритма;
- наличие лишней степени свободы у полинома  $n=3$ , приводящей к несуществующему перегибу графика функции;
- определённые расхождения результатов определения начального модуля Юнга с результатами его независимого определения для тех же образцов динамическим методом [3], разработанным в «Лаборатории» (табл. 1).

Последнее обстоятельство позволило предположить наличие систематической ошибки постоянной в каждом эксперименте, обусловленной начальной настройкой нуля силоизмерителя и обжатием образца на опорах. В результате жёсткой привязки аппроксимирующего полинома (3) к началу координат и указанной погрешности, его график в окрестностях начала координат получает дополнительную кривизну, а начальный модуль Юнга соответствующую дополнительную погрешность.

Таблица 1 – Результаты определения модуля Юнга

Номер образца	В программе МНК123 $E_c$ (ГПа)	В программе МНК012 $E_c$ (ГПа)	Динамический метод $E_d$ (ГПа)
1	3,91	3,76	3,47
2	4,16	4,76	4,31

С целью компенсации указанного недостатка и, следовательно, существенной части самой систематической погрешности, программа МНК123Е была модифицирована в варианте МНК012Е. Для этого в алгоритм были внесены следующие изменения:

- аппроксимирующий полином не зависит от начала координат, т.е. используют его полную форму (3) при  $i=0,1,2$  и рассчитывают коэффициенты  $a_i$ , при которых график пересекает ось « $OP$ » в точке  $P = a_0$ ;
- выполняют расчёт откорректированных значений нагрузки  $P$  по формуле (3) при  $a_0=0$ , что означает сдвиг оси « $OW$ » на ранее вычисленное значение  $a_0$ .

Как следует из табл. 1, в последнем случае наблюдают лучшее соответствие результатов определения начального модуля продольной упругости статическим и динамическим методами.

**Выводы.** Создано специализированное программное обеспечение для обработки методом наименьших квадратов результатов испытания образцов материалов на чистый изгиб, обладающее следующими преимуществами:

- программа, написана на распространённом языке высокого уровня Pascal ABC, предлагается в исходных кодах, снабжена исчерпывающими комментариями и позволяет рядовым пользователям производить её дальнейшие модификации;
- алгоритм обеспечивает компенсацию систематической погрешности установки нуля силоизмерителя нагружающего устройства.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Букетов А. В. Перспективы и проблемы разработки навах композитных материалов для нужд южного судостроительного региона Украины / А. В. Букетов, В. Л. Алексенко, Н. П. Знамеровская // Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції «Сучасні енергетичні установки на транспорті і технології та обладнання для їх обслуговування (СЕУТТОО–2012)», (10–12 жовтня 2012 року, м. Херсон). – Херсон : Видвництво ХДМА, 2012. – С. 168-170.

2. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений / Ю. В. Линник. – М. : Гос. изд-во физико-математической литературы, 1958. – 336 с.

3. Алексенко В. Л. Определение механических констант конструкционных материалов динамическим испытанием призматических образцов / В. Л. Алексенко, В. О. Скирденко, С. С. Шварц // Науковий вісник ХДМА. – 2013. – № 2 (9). – С. 153-160.

**Алексенко В.Л., Букетов А.В., Браїло М.В., Білошицький С.А.** КОМПЕНСАЦІЯ СИСТЕМАТИЧНОЇ ПОМИЛКИ ПРИ ОБРОБЦІ РЕЗУЛЬТАТІВ МЕХАНІЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

*Створено спеціалізоване програмне забезпечення для обробки методом найменших квадратів результатів випробування зразків матеріалів на чистий вигин. Програма, яка написана на поширеній мові високого рівня Pascal ABC, пропонується у вихідних кодах, забезпечена вичерпними коментарями і дозволяє пересічним користувачам розробляти її подальші модифікації. Алгоритм забезпечує компенсацію систематичної похибки установки нуля силовимірювача навантажувального пристрою.*

**Ключові слова:** програмне забезпечення, помилка експерименту, епоксидний композит.

**Alexenko V.L., Buketov A.V., Braila N.V., Beloshitsky S.A.** COMPENSATION OF SYSTEMATIC ERRORS DURING RESULTS PROCESSING OF STRUCTURAL MATERIALS MECHANICAL TESTING

*Specialized software for results processing of materials samples tests to pure bending using least-squares method was created. The programme written with common high-level language Pascal ABC, is available in source code; it is provided with exhaustive commentaries and allows ordinary users to make further modifications. The algorithm provides compensation of systematic error of zero of loading device weighting.*

**Keywords:** software, experimental error, epoxy-filled composite.

© Алексенко В.Л., Букетов А.В., Браїло М.В., Білошицький С.А.

Статтю прийнято  
до редакції 30.10.14.